

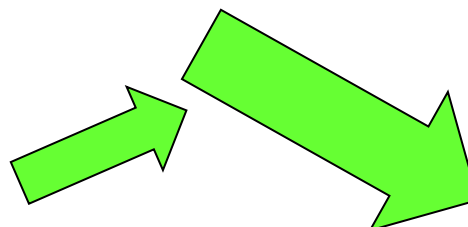
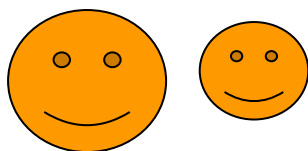


## GUÍA DE APRENDIZAJE Recuperación SEGUNDO AÑO MEDIO “Semejanza de triángulos, Teorema de Thales”

Curso : 2º Medio	Fundación Nirvana	Fecha :
Asignatura :	MATEMÁTICAS	
Objetivos	<ul style="list-style-type: none"><li>- Reconocer los criterios de semejanza de triángulo y de proporcionalidad.</li><li>- Aplicar los criterios de semejanza de triángulos en solución de problemas.</li><li>- Desarrollar el Teorema de Thales mediante proporcionalidad, para aplicarlo a la resolución de problemas.</li></ul>	

### Semejanza

¿Son semejantes las siguientes figuras?



**Concepto:** dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma pero no necesariamente el mismo tamaño.

**Definición geométrica:** Dos figuras son semejantes cuando la razón entre las medidas de sus lados homólogos (correspondientes) son **proporcionales** y sus ángulos correspondientes son congruentes.

### Semejanza de triángulos

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos homólogos son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales.

### Criterios de Semejanza de triángulos

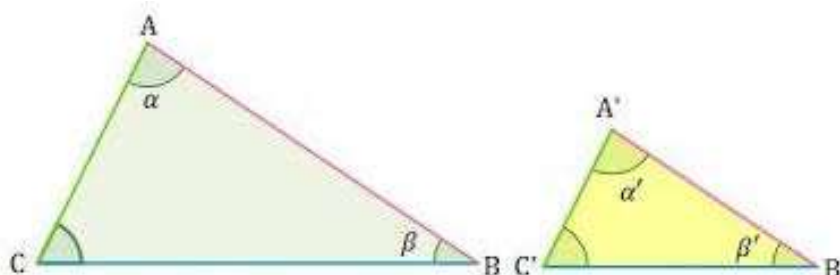
¿Cómo saber si dos triángulos son semejantes?

Existen algunos principios que nos permiten determinar si dos triángulos son semejantes sin necesidad de medir y comparar todos sus lados y todos sus ángulos. Estos principios se conocen como los criterios de semejanza de triángulos; éstos son:

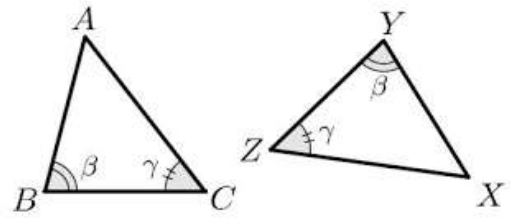
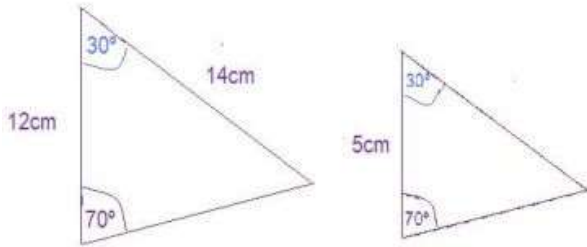
#### 1. Criterio AA

Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

$$\alpha = \alpha'$$
$$\beta = \beta'$$

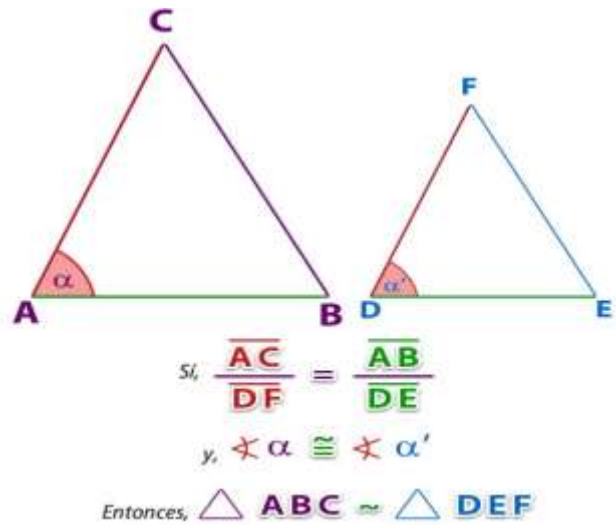


Entonces: ¿Son semejantes los siguientes triángulos?. ¿Tienen dos ángulos iguales?



## 2. Criterio LAL

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y un ángulo igual.



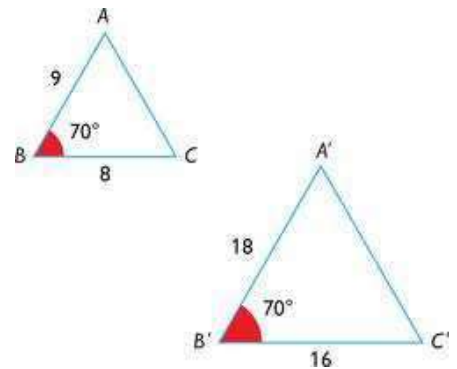
Entonces: ¿Son semejantes los siguientes triángulos?.

¿Cuál es el ángulo?.

¿Cuál es la proporción de sus lados?

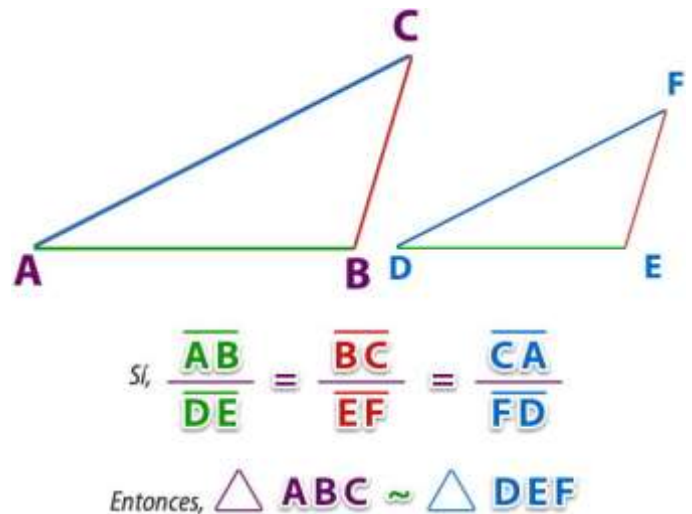
$$\frac{18}{9} =$$

$$\frac{16}{8} =$$

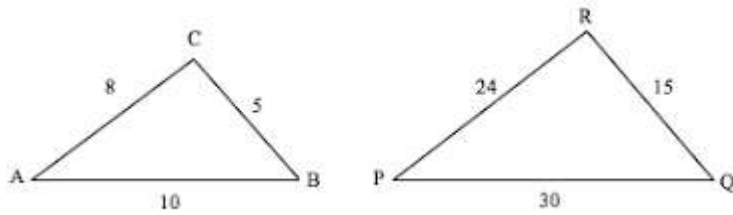


## 3. Criterio LLL

Dos triángulos son semejantes si sus tres lados son proporcionales.



Entonces: ¿Son semejantes los siguientes triángulos?.



¿Cuál es la proporción de sus lados?

$$\frac{24}{8} =$$

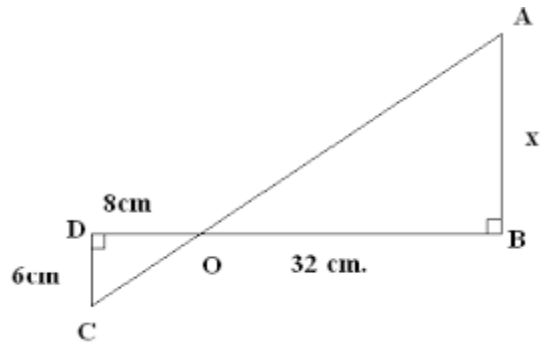
$$\frac{15}{5} =$$

$$\frac{30}{10} =$$

### Aplicando la Semejanza de triángulos

Ejemplo:

- a) Se tiene la siguiente figura de dos triángulos unidos por el vértice. Ambos triángulos tienen dos ángulos iguales: los ángulos rectos y los ángulos unidos por el vértice; por lo tanto son triángulos semejantes.

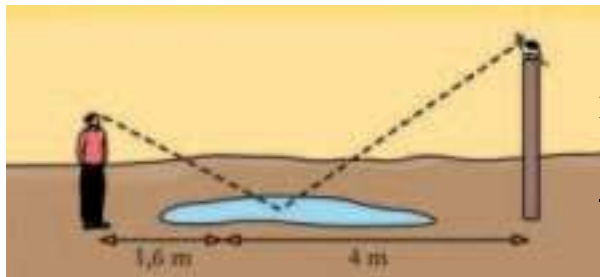


Entonces para encontrar el lado x, se puede utilizar la relación de los lados proporcionales; es decir:

$$\frac{32}{8} = \frac{x}{6} \quad \rightarrow \rightarrow \quad x = \frac{32 * 6}{8} = \frac{192}{8} = 24 \text{ cm}$$

por lo tanto, el valor de x es 24 cm.

- b) El gato de Leticia se ha subido a un poste. Leticia puede ver a su gato reflejado en un charco. Toma las medidas que se indican en el dibujo y mide la altura de sus ojos: 144 cm. ¿A qué altura se encuentra el gato?



Entonces:

$$\frac{1,44}{1,6} = \frac{x}{4} \quad \rightarrow \rightarrow \quad x =$$

$$\frac{1,44 * 4}{1,6} = \frac{5,76}{1,6} = 3,6 \quad \rightarrow \rightarrow$$

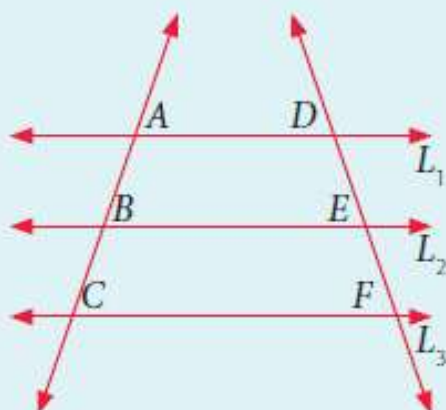
Los triángulos formados por Leticia y el charco y el poste y el charco, son rectángulos. Además, los ángulos que forman con el charco son iguales. Luego, los dos triángulos son semejantes. por lo tanto, el gato se encuentra a 3,6 metros de altura.

### Teorema de Thales

## Conceptos

**Teorema de Tales:** Si dos o más **rectas paralelas** se intersecan por dos transversales, entonces las medidas de los segmentos determinados sobre las secantes son **proporcionales**.

Si  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$  se tiene que:



$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

o equivalentemente:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} \text{ y } \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$$

Ejemplo 1

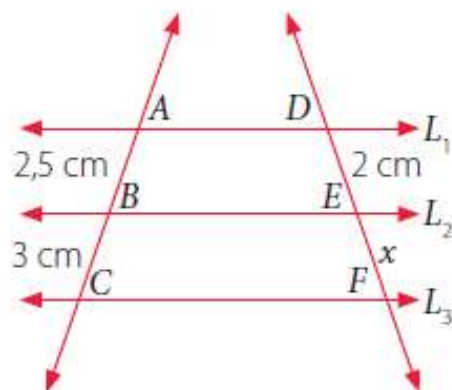
En la siguiente figura  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ , ¿qué medida representa  $x$ ?

Al utilizar el teorema de Tales, se tiene que:

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$$

Luego, al remplazar las medidas, se obtiene lo siguiente:

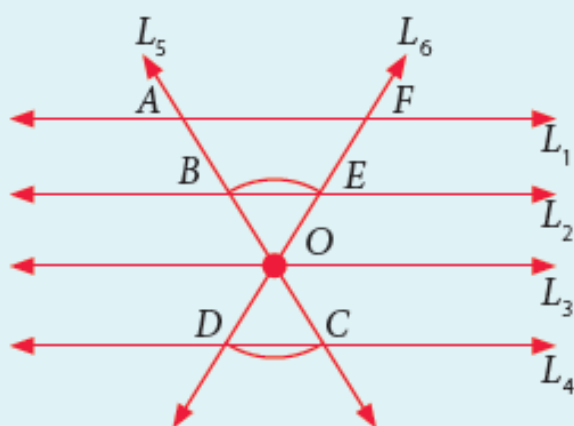
$$\begin{aligned} \frac{2,5}{2} &= \frac{3}{x} \\ x &= \frac{2 \cdot 3}{2,5} \\ x &= 2,4 \end{aligned}$$



**Respuesta:** La medida de  $x$  es 2,4 cm.

## Conceptos

**Corolario del teorema de Tales:** Si los lados de un ángulo o sus prolongaciones se cortan con varias rectas paralelas, las medidas de los segmentos que se determinan en los lados del ángulo son **proporcionales**, es decir,  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$  y además  $L_5$  y  $L_6$  se intersecan con estas rectas, se cumple lo siguiente:



$$\frac{FE}{AB} = \frac{EO}{BO} = \frac{OD}{OC}$$

Calcula la medida de  $\overline{BD}$ .

1 Al aplicar el corolario, se tiene que:

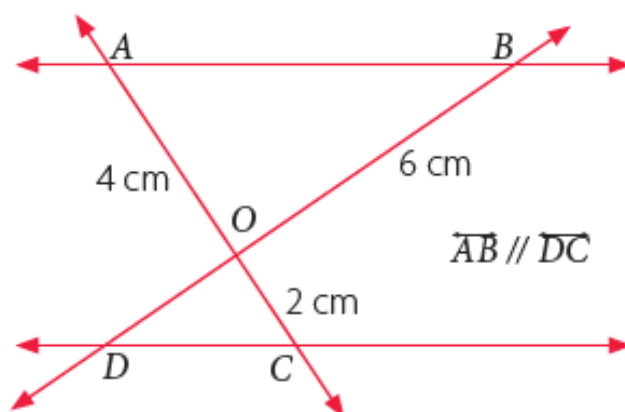
$$\frac{AO}{BO} = \frac{OC}{OD}$$

2 Al remplazar las medidas, se tiene:

$$\frac{4}{6} = \frac{2}{OD}$$

3 Al resolver, se tiene:

$$OD = \frac{6 \cdot 2}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

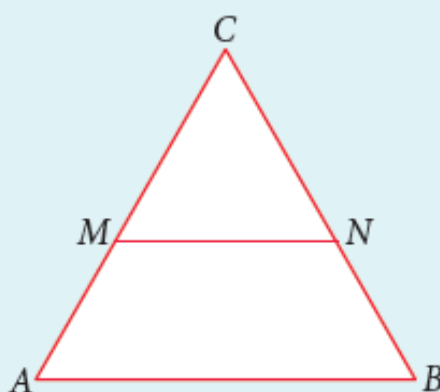


**Respuesta:** Como  $BD = BO + OD$ , se tiene que:  $BD = (6 + 3) \text{ cm} = 9 \text{ cm}$ .

## Conceptos

El **teorema particular de Tales** establece que un segmento de recta paralelo a un lado de un triángulo y que interseca a los otros dos determina en estos últimos segmentos proporcionales. Por ejemplo, dado el triángulo  $ABC$  y  $\overline{MN} \parallel \overline{AB}$ , entonces se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{CM}{MA} = \frac{CN}{NB} \quad \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} \quad \frac{CM}{MN} = \frac{CA}{AB}$$



El recíproco del teorema particular de Tales establece que si una recta corta dos lados de un triángulo y los divide en segmentos proporcionales, entonces esa recta es paralela al otro lado del triángulo.

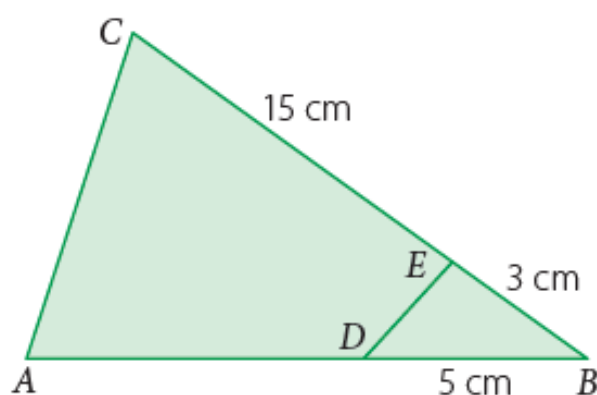
En la figura, ¿cuál es la medida del lado  $\overline{AD}$  para que  $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ ?

Para que se cumpla que  $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ , la medida de los segmentos sobre los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{CB}$  deben ser proporcionales, es decir:

$$\frac{CE}{EB} = \frac{AD}{DB}$$

Al remplazar los valores, se tiene que:

$$\frac{CE}{EB} = \frac{AD}{DB} \rightarrow \frac{15}{3} = \frac{AD}{5} \rightarrow AD = 25$$

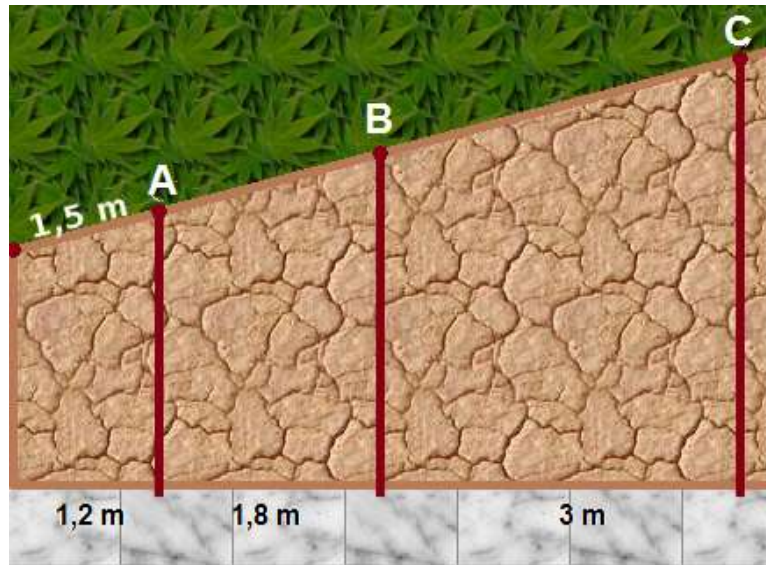


**Respuesta:** Para que  $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ , se debe cumplir que la medida del segmento  $\overline{AD}$  sea de 25 cm.

## Aplicando la Semejanza de triángulos

### Ejemplo:

En la imagen se muestra una pared en la que se ha trazado rectas perpendiculares a su base indicando la distancia entre ellas. En la parte superior se ha identificado los puntos A, B y C.



Luego, ¿qué distancia hay entre los puntos A y B?

Utilizando el teorema de Tales se puede establecer la siguiente relación de proporción:

$$\frac{AB}{1,5} = \frac{1,8}{1,2} \quad \rightarrow \rightarrow \quad x = \frac{1,8 \cdot 1,5}{1,2} = \frac{2,7}{1,2} = 2,25 \text{ m}$$

por lo tanto, la distancia del segmento AB es de 2,25 m.

FIGURA	PROPORCIONES	EJEMPLO
	$\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$	<p>Por teorema de Tales:</p> $\frac{3}{4} = \frac{x}{6} \rightarrow \frac{3 \cdot 6}{4} = x \rightarrow x = \frac{18}{4}$ <p>Así <math>x = 4,5 \text{ cm}</math></p>
	$\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$	<p>Por teorema de Tales:</p> $\frac{18}{12} = \frac{2x+3}{x+5}$ $\rightarrow 18 \cdot (x+5) = 12 \cdot (2x+3)$ $18x + 90 = 24x + 36 \rightarrow 54 = 6x$ <p>Así <math>x = 9</math></p>
	$\frac{p}{q} = \frac{r}{s}$	<p>Por teorema de Tales:</p> $\frac{x+2}{2x-1} = \frac{6}{8} \rightarrow 8 \cdot (x+2) = 6 \cdot (2x-1)$ $8x + 16 = 12x - 6 \rightarrow 22 = 4x$ <p>Así <math>x = \frac{22}{4} = 5,5</math></p>
	$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$	<p>Por teorema de Tales:</p> $\frac{24+x}{24} = \frac{25}{20} \rightarrow 20 \cdot (24+x) = 25 \cdot 24$ $480 + 20x = 600 \rightarrow 20x = 600 - 480$ $20x = 120 \rightarrow x = 6$ <p>Así <math>x = 6 \text{ cm}</math></p>