



GUIA DE CONTENIDOS Y EJERCICIOS EJE NUMEROS

NÚMEROS ENTEROS Z

Los elementos del conjunto $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ se denominan “Números Enteros”.

OPERATORIA EN Z

ADICIÓN

- Al sumar números de igual signo, se suman los valores absolutos de ellos conservando el signo común.
- Al sumar dos números de distintos signos, al de mayor valor absoluto se le resta el de menor valor absoluto y al resultado se le agrega el signo del mayor en valor absoluto.

OBSERVACIÓN: El Valor Absoluto de un número es el mismo número, si este es mayor o igual a 0, y el opuesto si el número es menor que 0. El valor absoluto de +5 o de -5 es 5.

MULTIPLICACIÓN

- Si se multiplican dos números de igual signo el resultado es siempre positivo.
- Si se multiplican dos números de distintos signo el resultado siempre es negativo.

OBSERVACION: En la división se cumple la regla de los signos de la multiplicación.

PROPIEDADES:

Definición: sea n un número entero, entonces:

- ✓ El sucesor de n es $(n + 1)$.
- ✓ El antecesor de n es $(n - 1)$.
- ✓ El entero $2n$ es siempre par, el 0 es un entero par.
- ✓ El entero $(2n - 1)$ es siempre impar.
- ✓ El entero $(2n + 1)$ es siempre impar.
- ✓ Son pares consecutivos $2n$ y $2n + 2$.
- ✓ Son impares consecutivos $2n + 1$ y $2n + 3$.
- ✓ El inverso aditivo u opuesto de n es $-n$.
- ✓ El cuadrado perfecto de n es n^2 , con n distinto de 0.

OBSERVACIONES: Sea n un número Natural. Son cuadrados perfectos los números de la forma n^2 . 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, ...

PRIORIDAD DE LAS OPERACIONES

Al realizar distintas operaciones a la vez, se debe respetar el siguiente orden:

- Resolver los paréntesis.
- Realizar las potencias.
- Realizar multiplicaciones y/o divisiones de **izquierda a derecha**.
- Realizar adiciones y/o sustracciones.

MÚLTIPLOS Y DIVISORES

- Si n es un número entero, los múltiplos de éste se obtienen multiplicando n por cada número entero.
- Un número entero es divisor de otro entero, cuando al dividirlos el resultado es un número entero y el resto de la división es cero.

ALGUNAS REGLAS DE DIVISIBILIDAD

Un número entero es divisible:

POR	CUANDO
2	Termina en cifra par.
3	La suma de sus cifras es múltiplo de tres.
4	Las dos últimas cifras sean ceros o múltiplos de 4.
5	Termina en 0 o 5.
6	Es divisible por dos y por tres a la vez.
8	Las tres últimas cifras sean ceros o múltiplo de 8.
9	La suma de sus cifras es múltiplo de nueve.

NÚMEROS PRIMOS, COMPUESTOS Y DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES

- **Números primos:** Son aquellos enteros positivos que tienen sólo dos divisores distintos.
Los primeros números primos son: 2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,...
- **Números compuestos:** Son todos los enteros positivos mayores que uno que no son primos, es decir, son aquellos que tienen más de dos divisores distintos. Los primeros números compuestos son: 4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20,21,22,...

TEOREMA FUNDAMENTAL

Todo número compuesto se puede expresar de manera única como el producto de números primos.

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)

El m.c.m. entre dos o más números naturales es el menor número natural, que es múltiplo común de todos ellos.

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (M.C.D.)

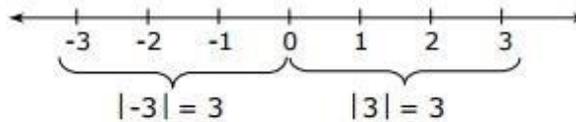
El M.C.D. entre dos o más números naturales es el mayor número natural, que es divisor común de todos ellos.

CÁLCULO DEL m.c.m. y M.C.D. MEDIANTE DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

- Se debe descomponer los números dados en factores primos.
- El m.c.m. se obtiene como producto de todos los factores primos, en el caso de existir factores primos comunes se considera aquel que posea el exponente mayor.
- El M.C.D. se obtiene como producto de los factores primos comunes considerando aquel que posea el exponente menor.

VALOR ABSOLUTO

Es la distancia que existe entre un número y el 0.



DEFINICIÓN:

$$|n| = \begin{cases} n, & \text{si } n \geq 0 \\ -n, & \text{si } n < 0 \end{cases}$$

GUÍA PSU MATEMÁTICA
NÚMEROS ENTEROS

1.- El resultado de la expresión $(-3) \cdot (-2)^2 + (-2)^3$: 2 es:

- A) 32
- B) 14
- C) -16
- D) -10
- E) $\frac{17}{2}$

2.- ¿Cuál(es) de las siguientes proposiciones es (son) verdadera(s)?

- I. $3 \cdot (-2) = -6$
- II. $3 \cdot (-3) < (-5)^2$
- III. $3^2 > 2^3$

- A) Solo I
- B) Solo I y II
- C) Solo II y III
- D) Solo I y III
- E) I, II y III

3.- $-3 + 3: 3 - 3 \cdot 3 =$

- A) -3
- B) -11
- C) -9
- D) -12
- E) 0

4.- El resultado de la expresión $-[-1 + (-1 + 1) - 1 - (-1 + 1) + 1]$ es:

- A) -1
- B) -2
- C) 0
- D) 1
- E) 2

5.- Si al número -8 se le resta el triple de -6 y al resultado se le agrega el cubo de -2, resulta:

- A) 2
- B) 6
- C) 18
- D) -7
- E) -34

6.- El resultado de la expresión $2 \cdot (-3)^2 + (-45) : (-3)^2 - (-2) \cdot (-1)^7$ es:

- A) 1
- B) 10
- C) -12
- D) -1
- E) 11

7.- Si $a = -1$, $b = -2$, $c = -3$ y $d = -4$, ¿Cuál es el valor numérico de la expresión $[-a + b \cdot (d - c)] - a$?

- A) 4
- B) 1
- C) -1
- D) 14
- E) 16

8.- Si $a = -3$, ¿Cuál es el valor de $-a^3 - a^2$?

- A) -36
- B) -18
- C) -15
- D) 18
- E) 36

9.- Respecto del valor absoluto de un número real, ¿Qué relación es falsa?

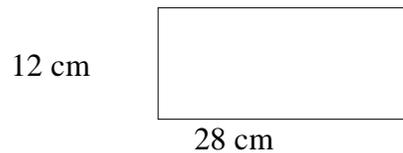
- A) $|-9| > |-8|$
- B) $|-8| < -|-8|$
- C) $|12| > |-10|$
- D) $-|7| < |0|$
- E) $-|1| > -|-7|$

10.- ¿Cuál es el resultado de la expresión $3^0 - 2^4 + 3^3 - 5^1$?

- A) 7
- B) 6
- C) -4
- D) 39
- E) -3

11.- El rectángulo de la figura representa una cartulina en la que se quieren poner fotografías cuadradas de igual tamaño hasta cubrirla exactamente sin que estas se superpongan. ¿Cuál es la mayor longitud del lado de las fotografías que cumplen esta condición?

- A) 3 cm
- B) 4 cm
- C) 5 cm
- D) 6 cm
- E) 7 cm



12.- Cinco numero enteros consecutivos suman cero, ¿Cuál es el menor de ellos?

- A) 1
- B) 0
- C) -1
- D) -2
- E) -3

13.- Si A, B, C y D son números enteros tales que $B > A$, $B < D$, $B > C$ y $A < C$, ¿Cuál es el orden decreciente de dichos números?

- A) $D > C > B > A$
- B) $D > C > A > B$
- C) $D > B > C > A$
- D) $A > B > C > D$
- E) $D > B > A > C$

14.- Si $x \in \mathbb{Z}$ y $x < -1$, ¿Cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) menor(es) que 1?

- I. $-x^3$
- II. x^5
- III. $8x^2$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II

E) I, II y III

15.- Se define: “Dos números son compatibles si el cociente entre el mayor y el menor es un número entero múltiplo de 3”. De acuerdo con esta definición, ¿Cuál de los siguientes pares de números son compatibles?

- A) 12 y 3
- B) 60 y 12
- C) 33 y 3
- D) 54 y 27
- E) 72 y 12

16.- El valor de x en la igualdad $-[4 - [12 - (5 + x)]] = 0$ es:

- A) 3
- B) 2
- C) 1
- D) -2
- E) -3

17.- Si b es el antecesor de a , entonces $(a + b)(a - b) - (a - b)^2$ es:

- A) $-2a$
- B) $2a - 1$
- C) $2a - 2$
- D) $2a + 1$
- E) $2a + 2$

18.- Si $a, b, c \in \mathbb{Z}$ con la condición de que $a = 0, b < a$ y $c > a$, ¿Cuál de las siguientes relaciones es **falsa**?

- A) $a : b = 0$
- B) $b \cdot c < 0$
- C) $a + b < 0$
- D) $c : b > 0$
- E) $c - a > 0$

19.- En la expresión $a + b + c = 2p$, se sabe que $a = 2, b = 5$ y $c = -3$. ¿Cuál es el valor numérico de la expresión $p^2(p + a)(p + b)(p - c)$?

- A) -56
- B) -112
- C) 280
- D) 112
- E) 560

20.- A las nueve de la mañana de un día, la temperatura fue de -4°C y a las tres de la tarde, de 5°C . ¿Cuánto vario la temperatura?

- A) -9°C
- B) 9°C
- C) 1°C
- D) -1°C
- E) 10°C

21.- Si **a** y **b** son números enteros consecutivos tales que $a < b$, entonces siempre se cumple que:

- I. $a : b = 1$
- II. $a + b < 1$
- III. $a \cdot b = a^2 + a$

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

22.- Si $4.3N1$ representa un número entero de 4 cifras divisibles por 3, ¿Qué valores puede tener el dígito **N** para que se cumpla la divisibilidad?

- A) $\{1, 4, 7\}$
- B) $\{1, 3, 5\}$
- C) $\{1, 2, 3\}$
- D) $\{1, 4, 8\}$
- E) $\{1, 4, 9\}$

23.- Sean **M**, **N**, **Q** tres números enteros distintos, tales que $M > N > 0$, $Q = 0$. ¿Cuál de las siguientes proposiciones es **falsa**?

- A) $QN + M > 0$
- B) $MQ - NQ = 0$
- C) $M : N + Q > 0$
- D) $MNQ - MN < 0$
- E) $Q - M + N > 0$

24.- Se sabe que $X > Y > Z$ y una persona debe reunir $\$X$. Primero reúne $\$Y$ y luego gasta $\$Z$. ¿Cuánto le falta para completar la suma requerida?

- A) $\$(Y + X + Z)$
- B) $\$(Y - Z + X)$
- C) $\$(-X - (Z - Y))$
- D) $\$(Z + X - Y)$
- E) $\$(X - (Y + Z))$

25.- Se tiene que n es múltiplo de 3. Entonces, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) **verdadera(s)**?

- I. $n : 3$ es múltiplo de 3.
- II. $27n$ es múltiplo de 3.
- III. $n + 84$ es múltiplo de 3.

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo II y III

26.- El valor de $(3 - 4) \cdot 2$ es:

- A) 3
- B) 2
- C) 1
- D) -2
- E) -1

27.- En la siguiente multiplicación las letras P, Q y R representan cifras, luego $P + Q + R =$

$$\begin{array}{r} \underline{P P Q} \cdot Q \\ R Q 5 Q \end{array}$$

- A) 15
- B) 16
- C) 17
- D) 18
- E) No se puede determinar

28.- ¿Cuál es el mayor múltiplo de 4 que no es positivo?

- A) -8
- B) -4
- C) -2
- D) 0
- E) 4

29.- Si $a < 0$, entonces $|a| - a =$

- A) $2a$
- B) 0
- C) $-2a$
- D) -2
- E) $-a$

30.- $8 \cdot (4 - 6) + 2 =$

- A) 0
- B) 14
- C) -14
- D) -16
- E) 16

31.- Si p es un número primo, ¿Cuál(es) de las expresiones siguientes representa(n) también un número primo?

- I. $2p$
- II. $3p$
- III. $5p$

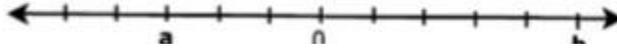
- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) I, II y III
- E) Ninguna de las anteriores.

32.- En la recta de los enteros de la figura, a y b son enteros, ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) verdadera(s)?

I- $a > b$

II- $a < -b$

III- $|a| < |b|$



A) Solo II

B) Solo III

C) Solo I y II

D) Solo II y III

E) I, II y III

33.- $-3^4 =$

A) 81

B) -34

C) -81

D) -12

E) -243

34.- Si $10^n - 10 = 9.990$, entonces $n =$

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

35.- El valor de $(-4) : (-2) \cdot (-3)$ es

A) 6

B) -6

C) -12

D) 12

E) Otro valor

36.- ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es(son) **falsa(s)**?

- I. Al sumar dos enteros de distinto signo, se conserva el signo del mayor.
- II. Al multiplicar dos enteros de distintos signo, el resultado es negativo.
- III. Al dividir dos enteros negativos, el resultado es positivo.

- A) Ninguna de las anteriores
- B) Solo I
- C) Solo II
- D) Solo II y III
- E) I, II y III

37.- $-7 \cdot -7 \cdot -7 \cdot -7 \cdot -7 \cdot -7 =$

- A) $(-7) \cdot 6$
- B) 7^6
- C) -7^6
- D) $(-7)^6$
- E) 42

38.- En el siguiente cuadrado mágico, la suma de las filas, columnas y diagonales principales es la misma, luego y =

- A) 0
- B) 2
- C) -2
- D) -1
- E) -6

1		y
-4		
-3		-5

39.- $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots - 22 =$

- A) -9
- B) -10
- C) -11
- D) 11
- E) -1

40.- La temperatura mínima de un día de Agosto en Santiago fue -3° y la máxima en ese mismo día fue 12° . ¿Cuánto fue la variación de temperatura ese día?

- A) 9°
- B) 12°
- C) 14°
- D) 15°
- E) 16°

41.- Un ciclista viaja a 15 km/h, por el mismo camino un bus parte a 195 km del ciclista, si a las 3 horas lo alcanza, ¿a qué rapidez viaja el bus?

- A) 65 km/h
- B) 70 km/h
- C) 75 km/h
- D) 80 km/h
- E) 85 km/h

42.- ¿Cuántos divisores tiene el entero -24?

- A) 6
- B) 8
- C) 12
- D) 16
- E) 24

43.- ¿Cuántos enteros positivos de tres cifras, tiene solo dígitos pares?

- A) 25
- B) 100
- C) 250
- D) 500
- E) 1.000

44.- ¿Cuál es el menor entero positivo que al ser dividido por 2 da resto 1, por 3 da resto 1 y por 4 da resto 1?

- A) 37
- B) 25
- C) 13
- D) 12
- E) 23

45.- La edad de Savane el año pasado era múltiplo de 7 y este año su edad es múltiplo de 5, ¿en cuantos años más Savane tendrá 26 años, si tiene menos de 20 años?

- A) 4
- B) 11
- C) 16
- D) 19
- E) 21

46.- ¿Cuál es el número natural mayor de 2 cifras que no es par y es múltiplo de 3 y 5 a la vez?

- A) 75
- B) 85
- C) 90
- D) 95
- E) 15

47.- ¿Cuál de los siguientes números representa una solución de la ecuación $|x - 1| = |x - 3|$ en el conjunto \mathbb{Z} ?

- A) -1
- B) -2
- C) 2
- D) 4
- E) 0

48.- El valor absoluto o módulo de x se denota por $|x|$. ¿Cuál es el orden creciente de los números enteros $a = |-9|$, $b = -|-6|$, $c = |0|$ y $d = -(-|-5|)$?

- A) $a < d < c < b$
- B) $b < c < d < a$
- C) $c < d < a < b$
- D) $d < c < b < a$
- E) $a < c < d < b$

49.- ¿Cuál es el resultado de $(-3) \cdot [(-5) - 3^2 - (-6) \cdot (-1)]$?

- A) -60
- B) -6
- C) 24
- D) 30
- E) 60

50.- $-2^2 + 3^3 - 4^2 =$

- A) 47
- B) 27
- C) 7
- D) -7
- E) 3

51.- $48 : 3 \cdot 16 =$

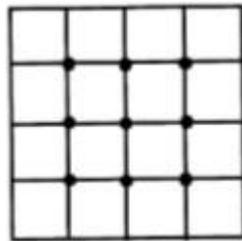
- A) 1
- B) 9
- C) 16^2
- D) 12^2
- E) 8^4

52.- Si $2^s = 16$, entonces $2^{s+3} =$

- A) 19
- B) 22
- C) 48
- D) 128
- E) 2048

53.- Al dividir un cuadrado en 16 cuadrados se forman 9 puntos de intersección, como lo muestra la figura. ¿Cuántos puntos de intersección habrá cuando un cuadrado se divide en 144 cuadrados?

- A) 100
- B) 121
- C) 132
- D) 144
- E) 169



54.- Si $k\sqrt{m} = k(k - m)$, entonces $(5\sqrt{1}) + (4\sqrt{1}) =$

- A) 84
- B) 72
- C) 32
- D) 20
- E) 9

55.- Si $N \in \mathbb{Z}^+$, ¿Cuál igualdad es **falsa**?

A) $N(2,5)^{-1} = \frac{2N}{5}$

B) $\binom{-2}{2}^3 N = \frac{4N}{9}$

C) $N(0,3)^{-2} = \frac{2 \cdot 50N}{2 \cdot 4,5}$

D) $(-2)^N = N^{(-2)}$

E) $(-2)^{-N} = \left(-\frac{1}{2}\right)^N$

56.- $(-2^2)^3 =$

A) 4^3

B) 2^6

C) -2^5

D) -2^8

E) -2^6

57.- ¿Cuántos números distintos de tres cifras son el resultado de sumar 17 a un número de dos dígitos?

A) 16

B) 17

C) 18

D) 10

E) 5

58.- Andrés, Julio, Sonia, Marcos y Tomás, están sentados en fila. Andrés no está al lado de Julia. Sonia está al lado de Marcos. ¿Quién no está sentado al centro de la fila?

A) Andrés

B) Julia

C) Sonia

D) Marcos

E) Tomás

59.- En el mapa del planeta "VASISA", 1 cm corresponde a 60 kilómetros. ¿Cuántos centímetros corresponden a 540 km en ese mapa?

- A) 8
- B) 9
- C) 80
- D) 90
- E) 540

60.- ¿Cuál es el valor de $(2)^2 - (2)^{-2} - (-2)^2$?

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $-\frac{1}{4}$
- C) $\frac{31}{4}$
- D) 4
- E) -4

61.- En un terminal de Santiago, los buses a Valparaíso salen cada 8 minutos y los buses a San Antonio salen cada 7 minutos, si a las 12:30 salen ambos juntos ¿a qué hora volverán a salir juntos nuevamente?

- A) 13:26
- B) 13:16
- C) 12:45
- D) 12:54
- E) 14:00

62.- La profesora de un curso dispone de 100 cuadernos y 80 lápices, si debe repartirlos de manera que todos tengan el mismo número de cuadernos y lápices, y si no sobran ni cuadernos ni lápices, entonces ¿Cuántos alumnos podría tener el curso?

- A) 8
- B) 16
- C) 20
- D) 25
- E) 40

63.- Si k y p son enteros y $k < -3$ y $p > 4$, luego el mayor valor de $k - p$ es

- A) 1
- B) 7
- C) -7
- D) 9
- E) -9

64.- Si el minuendo es el triple del sustraendo, entonces el resultado es siempre

- A) El doble del minuendo.
- B) El doble del sustraendo.
- C) Impar.
- D) 0
- E) 2

65.- $-3^2 - (-9)^2 =$

- A) -72
- B) 90
- C) -90
- D) 72
- E) -36

66.- ¿Cuál es el máximo común divisor entre los enteros; -6, -8, -12?

- A) -24
- B) -12
- C) -2
- D) 2
- E) 4

67.- La distancia entre el entero 4 y el entero -5, se puede expresar como:

- A) $-5 - 4$
- B) $|-5 + 4|$
- C) $-5 + 4$
- D) $|-5 - 4|$
- E) $|5 - 4|$

68.- Sea s par positivo, a impar negativo, v múltiplo de 4, n impar positivo y e par negativo, luego $s \cdot a \cdot v \cdot a \cdot n \cdot e$ es

- I. Impar
- II. Positivo
- III. Múltiplo de 16

Es(son) **falsa(s)**

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Ninguna de las anteriores.

69.- Si $ABC + DEF = 1.000$, donde A, B, C, D, E y F son cifras, todas ellas distintas de cero, entonces $A + B + C + D + E + F$ es igual a

- A) 10
- B) 19
- C) 28
- D) 30
- E) No se puede determinar.

70.- Si tres enteros consecutivos se multiplican, entonces el resultado es

- A) Impar
- B) Múltiplo de 4
- C) Múltiplo de 5
- D) Múltiplo de 6
- E) Múltiplo de 12

71.- ¿Cuál es el mínimo común múltiplo entre los enteros: -6, -8, -12?

- A) -24
- B) -12
- C) -2
- D) 2
- E) 24

72.- $(1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) \cdot (1 + 1 + 1) =$

- A) 333
- B) 33
- C) $3 + 3 + 3$
- D) $(3 + 3)^3$
- E) 3^3

73.- $(4 \cdot 12) - (4 + 12) =$

- A) 0
- B) 8
- C) 16
- D) 24
- E) 32

74.- La suma de 5 enteros consecutivos puede dar como resultado

- A) -12
- B) -6
- C) 0
- D) 7
- E) 51

75.- $-2^3 + -3^2 =$

- A) -17
- B) 17
- C) -125
- D) 125
- E) 7.776

76.- La relación $x > y > z$, con $x, y, z \in \mathbb{Z}$ se cumple si:

- (1) $x > z, y > z$
- (2) $x > y$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

77.- Si $x \in \mathbb{Z}$, ¿ $x < 0$?

- (1) x^3 es negativo.
- (2) $-x$ es positivo.

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

78.- Si $x, y \in \mathbb{Z}$, ¿ $x + y$ es impar?

- (1) $x - y$ es impar.
- (2) $xy = 6$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

79.- La expresión $x^3 - x$ tiene un único valor numérico si:

- (1) $x > 0$
- (2) $x^2 - 9 = 0$

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

80.- Se puede determinar la cantidad total de personas, entre hombres y mujeres, que asisten a una fiesta si:

- (1) Es posible formar 15 parejas (hombre y mujer) entre los presentes y quedan 5 hombres sin pareja.
- (2) La cantidad de hombres es mayor que la cantidad de mujeres.

- A) (1) por sí sola.
- B) (2) por sí sola.
- C) Ambas juntas, (1) y (2).
- D) Cada una por sí sola, (1) o (2).
- E) Se requiere información adicional.

